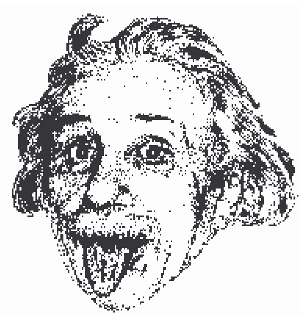
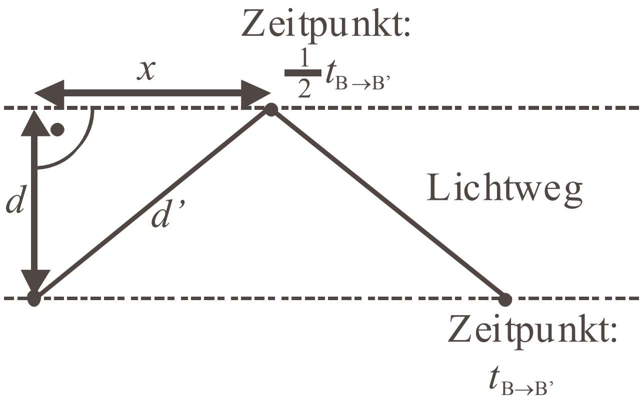


Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 5c

Die Berechnung der Zeitdilatation:

III. Berechnung der Länge des Zick-Zack-Lichtwegs $l_{B \to B'}$



Für die Gesamtlänge eines Zick-Zack-Wegs lässt sich festhalten:

(1) $l_{B \to B'} = 2 \cdot d'$

Für die **Länge *d'*** gilt nach dem Satz von Pythagoras:

(2) $d'^2 = d^2 + x^2$

Und die **Länge *x*** wiederum hängt von der **Geschwindigkeit *v*** der Uhr B' ab:

$$(3)\ x = \tfrac{1}{2} t_{B \to B'} \cdot v$$

Wir müssen *d'* berechnen.

Wenn wir (3) in (2) einsetzen, erhalten wir:

$$d'^2 = d^2 + (\tfrac{1}{2} t_{B \to B'} \cdot v)^2$$
$$d'^2 = d^2 + \tfrac{1}{4} t_{B \to B'}{}^2 \cdot v^2 \qquad | \cdot 4$$
$$4d'^2 = 4d^2 + t_{B \to B'}{}^2 \cdot v^2$$
$$(2d')^2 = (2d)^2 + t_{B \to B'}{}^2 \cdot v^2$$

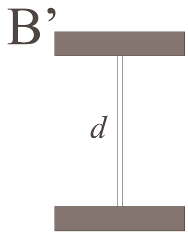
Ja, und die letzte Gleichung sagt uns einen Zusammenhang zwischen

- ...der Länge des normalen Lichtwegs „auf und ab“: $l_{B' \to B'} = 2 \cdot d$
- ...und der Länge des Zick-Zack-Lichtwegs „hin und her“ $l_{B \to B'} = 2 \cdot d'$

Es gilt nämlich:

$$\boxed{(4)\ l_{B \to B'}{}^2 = l_{B' \to B'}{}^2 + t_{B \to B'}{}^2 \cdot v^2}$$

IV. Wie die Lichtwege mit den Zeitdauern zusammenhängen



Wenn der **Beobachter B'** seine eigene **Uhr B'** anschaut, läuft der Lichtstrahl einfach „auf und ab."

Die **Länge des Lichtwegs** „auf und ab" beträgt bekanntlich:

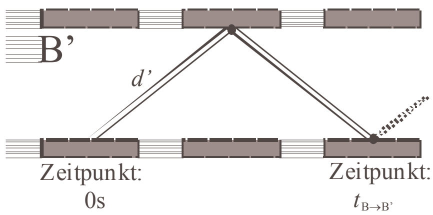
$$l_{B'\to B'} = 2 \cdot d$$

Die **zeitliche Dauer** dieses Lichtwegs wird bekanntlich mit $\boldsymbol{t_{B'\to B'}}$ bezeichnet.

Der **Beobachter B'** ermittelt sie mit Hilfe der **Lichtgeschwindigkeit *c*** aus der **Länge $\boldsymbol{l_{B'\to B'}}$**:

$$t_{B'\to B'} = \frac{l_{B'\to B'}}{c}$$

$$\boxed{\Rightarrow (5)\;\; l_{B'\to B'} = c \cdot t_{B'\to B'}}$$



Wenn hingegen der **Beobachter B** die vorbei fliegende **Uhr B'** anschaut, läuft der Lichtstrahl im Zick-Zack.

Die **Länge des Lichtwegs** beträgt hier:

$$l_{B\to B'} = 2 \cdot d'$$

Der **Beobachter B** berechnet aus der beobachteten Länge des Lichtwegs $\boldsymbol{l_{B\to B'}}$ und der **Lichtgeschwindigkeit *c*** folgende **Zeitdauer $\boldsymbol{t_{B\to B'}}$** des Lichtwegs:

$$t_{B\to B'} = \frac{l_{B\to B'}}{c}$$

$$\boxed{\Rightarrow (6)\;\; l_{B\to B'} = c \cdot t_{B\to B'}}$$

Aufgabe 4.5: Der Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{t_{B\to B'}}$ und $\boldsymbol{t_{B'\to B'}}$

►*Wenn Du die Gleichungen (5) und (6) in der Längenbeziehung (4) verwendest, kannst Du wie Albert Einstein die Beziehung zwischen den Zeitdauern* $t_{B\to B'}$ *und* $t_{B\to B'}$ *ausrechnen.*

Setze (5), (6) in (4) ein. Ermittle daraus Einsteins Gleichung für die ***Zeitdilatation****:*

$$\boxed{t_{B\to B'}^{\;2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t_{B'\to B'}^{\;2}}$$

Tipp*: Ein wichtiges Zwischenergebnis hierbei ist:*

$$t_{B\to B'}^{\;2} = t_{B'\to B'}^{\;2} + \frac{v^2}{c^2} \cdot t_{B\to B'}^{\;2}$$