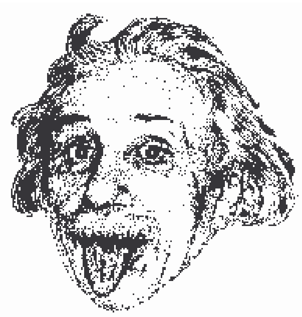


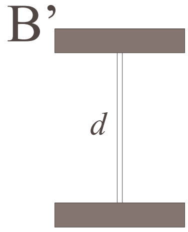
Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 6a

Die Berechnung der Zeitdilatation:

V. Der Zusammenhang zwischen $t_{B\to B'}$ und $t_{B'\to B'}$

Ein **bewegter Beobachter B'**, der mit einer Lichtuhr mitfliegt, sieht diese Lichtuhr wie rechts gezeigt:

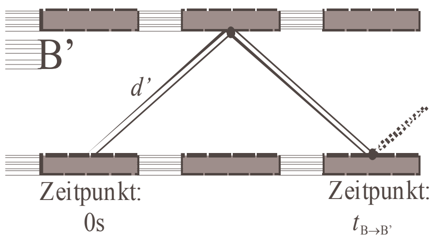


Mit $l_{B'\to B'}$ bezeichnen wir die **Länge** des Lichtwegs auf und ab, mit $t_{B'\to B'}$ die **zeitliche Dauer** dieses Lichtwegs auf und ab – beides aus Sicht des **mitbewegten Beobachter B'**.

Es gilt der Zusammenhang:

$$\boxed{(5)\ l_{B'\to B'} = c\cdot t_{B'\to B'}}$$

Ein **ruhender Beobachter B** sieht die oben genannte Lichtuhr, die mit der **Geschwindigkeit *v*** an ihm vorbei fliegt, ganz anders:



Auch hier ist mit $l_{B\to B'}$ und $t_{B\to B'}$ die **Länge** bzw. **zeitliche Dauer** des Lichtwegs auf und ab gemeint – jedoch wird hier der gesamte Vorgang in der Lichtuhr dieses Mal vom **ruhenden Beobachter B** interpretiert.

Hier gilt analog:

$$\boxed{(6)\ l_{B\to B'} = c\cdot t_{B\to B'}}$$

Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras haben wir auf dem letzten Einsteinblatt folgenden Zusammenhang gezeigt:

$$\boxed{(4)\ l_{B\to B'}{}^2 = l_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2\cdot v^2}$$

Nachdem wir (5) und (6) in (4) eingesetzt haben, haben wir:

$$(c\cdot t_{B\to B'})^2 = (c\cdot t_{B'\to B'})^2 + t_{B\to B'}{}^2\cdot v^2$$

$$c^2\cdot t_{B\to B'}{}^2 = c^2\cdot t_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2\cdot v^2 \qquad |:c^2$$

$$t_{B\to B'}{}^2 = t_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} \qquad \left| -\, t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} \right.$$

$$t_{B\to B'}{}^2 - t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} = t_{B'\to B'}{}^2$$

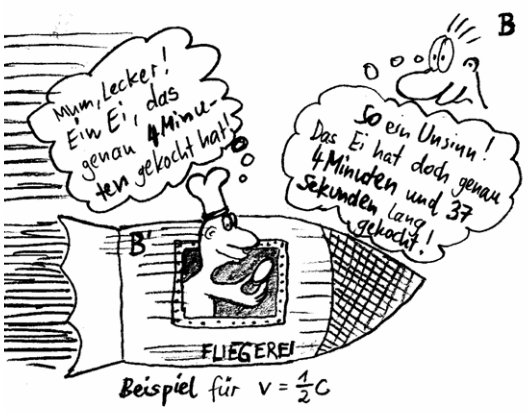
$$t_{B\to B'}{}^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t_{B'\to B'}{}^2$$

Wenn wir diese Gleichung nach $t_{B\to B'}$ auflösen, dann erhalten wir die „Original"-Gleichung für die **Zeitdilatation (Zeitdehnung)** aus Albert Einsteins SRT:

$$t_{B\to B'}{}^2 = \frac{t_{B'\to B'}{}^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad \left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{\underline{t_{B\to B'} = \frac{t_{B'\to B'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}}$$

Einsteins Formel für die Zeitdilatation



Angenommen, ein **Beobachter B** befindet sich in folgender Ausgangssituation:

- Er hat in seinem eigenen **Bezugssystem B** alle Uhren auf die **Eigenzeit *t*** synchronisiert. (Diese Eigenzeit-Uhren müssen dann im System B allesamt ruhen.)
- Da fliegt ein **Objekt** (z.B. Flugzeug) vorbei, das sich **relativ** zum Bezugssystem B mit der **Geschwindigkeit *v*** bewegt.
- Dieses Objekt befindet sich seinerseits in einem **Bezugssystem B'**. Beispielsweise könnte ein Beobachter B' mit dem Objekt mitfliegen.
- Auf dem **bewegten Objekt** findet ein beliebiger **Vorgang** statt, der eine gewisse „Zeit" benötigt.
- Der **ruhende Beobachter B** misst die **zeitliche Dauer *t*** dieses Vorgangs (Eigenzeit). Auch ein mit dem Objekt **mitbewegter Beobachter B'** misst in seinem Bezugssystem B' die **zeitliche Dauer *t'*** dieses Vorgangs.
- Dann kommen B und B' zwangsläufig zu verschiedenen Ergebnissen:

$$\boxed{t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$