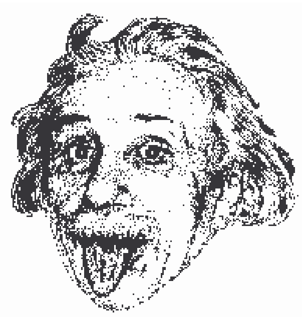


Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 1

Einleitung

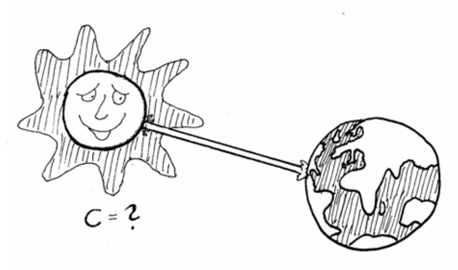
Im Jahre 1905 hat Albert Einstein seine **Spezielle Relativitätstheorie** veröffentlicht. Zehn Jahre später, also im Jahr 1915, folgte dann die **Allgemeine Relativitätstheorie**. Sie ist deutlich schwieriger zu verstehen als die Spezielle Relativitätstheorie (SRT).

Deshalb sollte man sich als Normalsterblicher zuerst mit der SRT beschäftigen. Man kann beruhigt sein: Auch die einfachere SRT bringt uns deutlich an die Ränder unseres Verstehens.

Auf jeden Fall öffnete uns Albert Einstein die Augen, dass unsere alltägliche Vorstellung von Begriffen wie ‚Zeit', ‚Länge' oder ‚Geschwindigkeit' zu primitiv ist, um die Welt wirklich verstehen zu können.

Und alles fing bei Einstein mit dem Licht an...

Aufgabe 1.1: Am Anfang war das Licht



Eine zentrale Rolle in der SRT spielt das Licht und die Lichtgeschwindigkeit.

Die **Lichtgeschwindigkeit** wird hier mit $\boldsymbol{v}_{\text{Licht}}$ oder mit dem Buchstaben $\boldsymbol{c}$ bezeichnet.

▶ *Ermittle aus folgender Angabe die Lichtgeschwindigkeit in* $\frac{km}{s}$ *!*

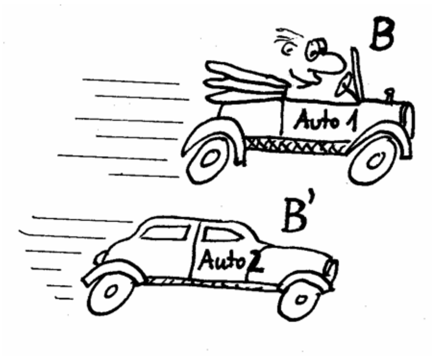
„*Die Erde ist durchschnittlich* 150 000 000 *km von der Sonne entfernt.*
Das Licht der Sonne braucht ca. 8 *Minuten und* 20 *Sekunden, bis es auf der Erde ankommt.*"

$$\boxed{v_{\text{Licht}} = c = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$

Neben dem **Licht** spielen so genannte **Bezugssysteme** eine entscheidende Rolle...

Aufgabe 1.2: Die Lehre von den verschiedenen Bezugssystemen

Jeder Beobachter nimmt Vorgänge anders wahr.



Betrachte zum Beispiel die Abbildung rechts.
In Auto 1 bzw. Auto 2 sitzt je ein Beobachter B bzw. B'.

Jeder Beobachter bildet für Geschwindigkeits- oder Ortsangaben sein eigenes **Bezugssystem**.

Wir müssen uns gedanklich immer in irgendein Bezugssystem begeben.

Ein Zahlenbeispiel:

Sagen wir einmal, wir möchten im **Bezugssystem B** Geschwindigkeitsaussagen über Auto 1 und Auto 2 machen. Dann könnten diese Angaben zum Beispiel so aussehen:

$$v_{\text{Auto 1}} = 0 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$$
$$v_{\text{Auto 2}} = -20 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$$

Obiges bedeutet:

- Im Bezugssystem von Beobachter B hat das Auto 1 keine Geschwindigkeit.
- Im Bezugssystem von Beobachter B hat das Auto 2 eine negative Geschwindigkeit. Das zweite Auto entfernt sich also aus Sicht von B mit 20 $\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ nach hinten.

▶ *Mache Dir klar: Wie kann man sich die Situation nach diesen Angaben vorstellen?*

Begeben wir uns in der gleichen Situation stattdessen ins **Bezugssystem B'**!

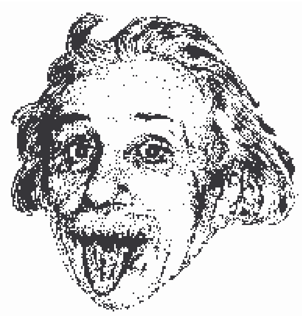
B' kommt zu anderen Geschwindigkeitsangaben für die beiden Autos. Als Kennzeichnung bezeichnen wir die beiden Angaben jetzt mit einem „Strich“: $v'_{\text{Auto 1}}$ bzw. $v'_{\text{Auto 2}}$.

▶ *Gib die beiden Geschwindigkeiten von Auto 1 und 2 im Bezugssystem B' an:*

$$v'_{\text{Auto 1}} =$$
$$v'_{\text{Auto 2}} =$$

▶ *Sagen wir, die Polizei käme hingegen zum Resultat* $v''_{\text{Auto 1}} = 100 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ *und* $v''_{\text{Auto 2}} = 80 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$.
Wo muss man sich den Beobachter zu diesem weiteren Bezugssystem B'' vorstellen?

▶ *Wenn man die Sonne als Bezugssystem B''' wählt, so könnten die Angaben zum Beispiel* $v'''_{\text{Auto 1}} = 100\,100 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ *und* $v'''_{\text{Auto 2}} = 100\,080 \ \tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ *lauten. Wieso?*



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 2a

Einsteins Hauptforderung in der SRT

In der SRT von 1905 stellte Einstein eine Hauptforderung auf, die eigentlich recht harmlos klingt. Und zwar machte sich der Physiker Gedanken über die Lichtgeschwindigkeit. Albert Einstein ging in seiner SRT davon aus, dass die Geschwindigkeit des Lichts im gesamten Kosmos in jeder Situation gleich ist.

Die Hauptforderung der SRT:

In jedem Bezugssystem hat Licht die Geschwindigkeit

$$v_{\text{Licht}} = c = 300\,000\ \tfrac{km}{s}.$$

Diese Forderung hat Albert Einstein seinem Publikum in folgender Form erklärt:

„*Jeder beliebige Beobachter misst für die Lichtgeschwindigkeit den Wert*

$c = 300\,000\ \tfrac{km}{s}$.“

Zu einer beliebigen Situation lassen sich mühelos unendlich viele verschiedene Bezugssysteme ausdenken. Beispielsweise könnte...

- ... ein Mensch auf der Erde (Bezugssystem B) ...
- ... ein Auto fahrender Mensch auf der Erde (Bezugssystem B')...
- ... ein Astronaut, der auf dem Mond steht (Bezugssystem B'')...
- ... ein Astronaut in einer Raumkapsel nahe der Sonne (Bezugssystem B''')...

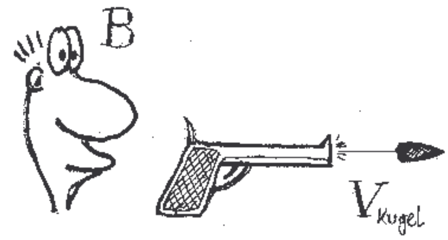
...die Geschwindigkeit des Lichts messen, das von der Sonne kommt. In all diesen Bezugssystemen würde der jeweilige Beobachter dieselbe Lichtgeschwindigkeit c ermitteln.

Diese so harmlos klingende Forderung Einsteins brachte allerdings einige Grundgedanken der Physik vollkommen zum Einstürzen:

Zum Beispiel steckt in unserer Vorstellung von Geschwindigkeiten ein grundlegender Irrtum!

Aufgabe 2.1: Geschwindigkeit einer Pistolenkugel

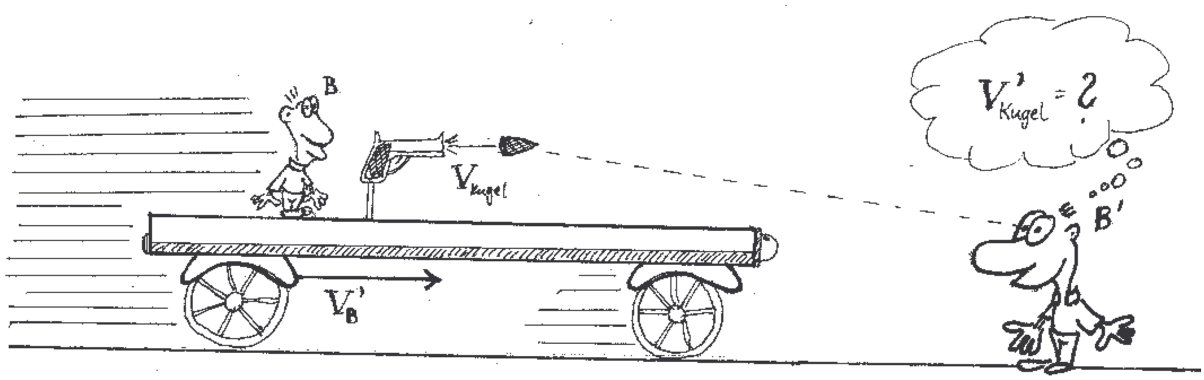
In der Abbildung rechts feuert jemand im Bezugssystem B eine Pistole ab. Die Geschwindigkeit im Bezugssystem B betrage zum Beispiel...



$$v_{\mathrm{Kugel}} = 1000\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

Was Beobachter B nicht weiß...:

B befindet sich in einem <u>riesigen</u> Gefährt. Dieses Gefährt bewegt den Beobachter B, die Pistole und alles andere darin! Siehe hierzu die Darstellung unten:



Außerhalb dieses Gefährts befindet sich wiederum ein weiterer Beobachter B'.

Das Gefährt bewege sich auch Sicht von B' zum Beispiel mit der Geschwindigkeit

$$v'_{\mathrm{B}} = 200\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

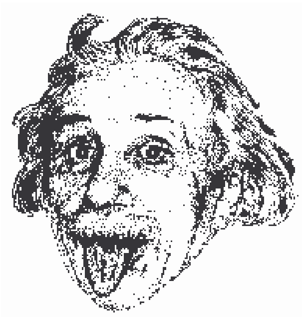
Aus Sicht von B' hat die fliegende Kugel natürlich auch eine Geschwindigkeit.
Wir bezeichnen die Kugel-Geschwindigkeit im Bezugssystem B' mit $v'_{\mathrm{Kugel.}}$

▶ *Gib unten die Formel an, mit der sich v'_{Kugel} aus den Geschwindigkeiten v'_B und v_{Kugel} berechnen lässt. Wie groß ist v'_{Kugel} in diesem Fall?*

$v'_{\mathrm{Kugel}} =$

hier konkret: $v'_{\mathrm{Kugel}} =$

▶ *Angenommen, Du darfst alle Geschwindigkeitsangaben oben nach Herzenslust abändern. Dann könnte man es sogar so einrichten, dass im Bezugssystem B' die <u>Kugel schneller als das Licht fliegt</u>! Wie müsstest Du für dieses Gedankenexperiment das Beispiel oben abändern?*



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 2b

Die Probleme beginnen...

Irgendetwas kann nicht stimmen mit der Art und Weise, wie wir mit Geschwindigkeiten umgehen. Am Ende der vorangegangenen Aufgabe kann man sich durchaus folgende Situation vorstellen:

Angenommen, die Kugel würde mit halber Lichtgeschwindigkeit abgeschossen:

$$v_{\text{Kugel}} = \tfrac{1}{2}\cdot c$$

Und das ominöse Gefährt führe mit drei Vierteln der Lichtgeschwindigkeit:

$$v'_{\text{B}} = \tfrac{3}{4}\cdot c$$

Dann würde der Beobachter B' in seinem Bezugssystem die Kugel schneller als das Licht fliegen sehen! Es gilt nämlich nach unserem bisherigen Wissen:

$$v'_{\text{Kugel}} = v_{\text{Kugel}} + v'_{\text{B}} =$$
$$= \tfrac{1}{2}\cdot c + \tfrac{3}{4}\cdot c = \underline{\underline{\tfrac{5}{4}}}\cdot c\,!$$

Das würde unseren Beobachter B' sicherlich sehr überraschen, eine Kugel schneller als das Licht unterwegs zu sehen!

Albert Einstein vermutete sofort, dass die eigentlich vernünftig erscheinende Umrechnung

$$\boxed{v' = v + v'_{\text{B}}} \qquad (\ast)$$

für die Geschwindigkeit eines Vorgangs in zwei verschiedenen Bezugssystemen B und B' schlichtweg nicht stimmen kann.

Besonders bei großen Geschwindigkeiten führt die Regel ($\ast$) zu blankem Unsinn.

Deshalb machte auch das Licht selbst Probleme...

...und die Probleme gehen weiter!

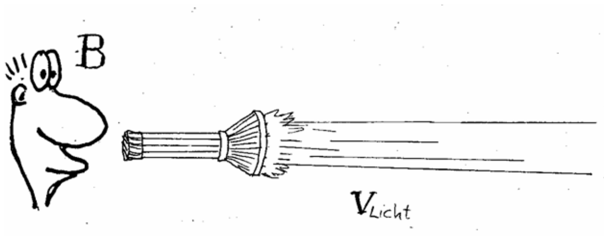
Nach der SRT misst jeder Beobachter die gleiche Lichtgeschwindigkeit:

> ***Die Hauptforderung der SRT:***
>
> *In jedem Bezugssystem hat Licht die Geschwindigkeit*
>
> $$v_{\text{Licht}} = c = 300\,000\ \tfrac{km}{s}.$$

Diese Hauptforderung über das Licht lässt sich keinesfalls mit unserer bisherigen Rechenweise mit Geschwindigkeiten (✱) vereinbaren. Aber seht selbst:

Aufgabe 2.2: Sieh mal – da fliegt Licht schneller als Licht?

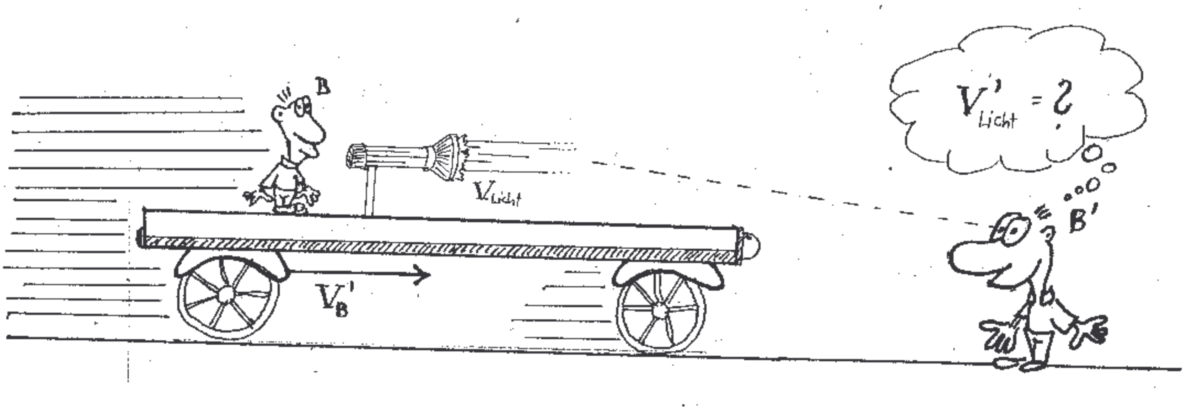
Wir führen den Versuch von Aufgabe 2.1 nochmal durch. Allerdings schießen wir keine Kugel ab, sondern schalten eine Taschenlampe ein...



Es gilt natürlich:

$$v_{\text{Licht}} = c$$

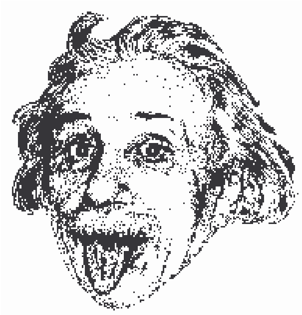
Auch hier ahnt der Beobachter im Bezugssystem B nicht, dass er in Wirklichkeit auf einem bewegten „Gefährt“ steht, als er das Licht einschaltet:



Ein zweiter Beobachter B’ misst in dieser Situation die Geschwindigkeit v'_{Licht}, mit der das Licht der Taschenlampe auf ihn zukommt.

Angenommen, wir akzeptieren immer noch das Gesetz (✱) für Geschwindigkeiten, dann lässt sich leicht anhand von v'_{Licht} zeigen:

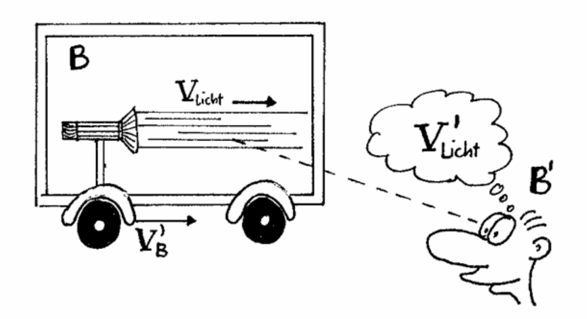
► *Das Gesetz (✱) für Geschwindigkeiten steht in direktem Widerspruch zur Hauptforderung der SRT! Begründe dies mit einem selbst gewählten Rechenbeispiel!*



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 3a

Das Lichtgeschwindigkeits-Problem



Einstein hatte also das Problem, dass die Beobachter B und B' nach herkömmlicher Denkweise in der rechts abgebildeten Situation zu verschiedenen Lichtgeschwindigkeiten kommen müssten.

Seien v_{Licht} die Lichtgeschwindigkeit des Lichts im Bezugssystem B und v'_{Licht} die Lichtgeschwindigkeit, die der Beobachter im Bezugssystem B' messen würde.

Dann müsste nach herkömmlicher Denkweise

$$\boxed{v'_{\text{Licht}} > v_{\text{Licht}}}$$

sein. Schließlich fährt die Lichtquelle auf den Beobachter B' zu!

Der Unterschied zwischen den beiden Geschwindigkeiten wäre nach herkömmlicher Denkweise gerade v'_{B}.

Nach der Hauptforderung der SRT müsste hingegen jeder beliebige Beobachter für Licht die gleiche Geschwindigkeit – nämlich c! – ermitteln.

Das heißt, es müsste eigentlich

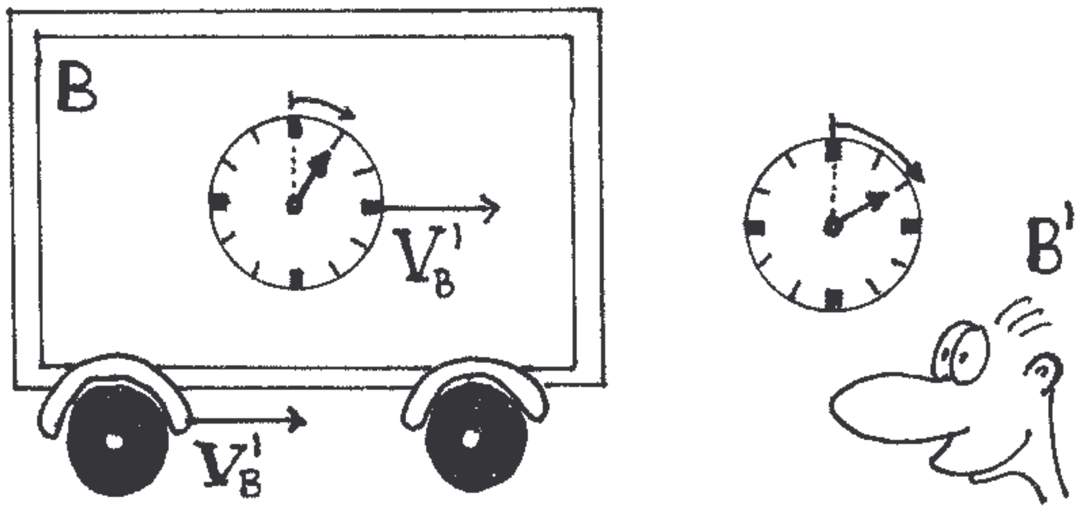
$$\boxed{v'_{\text{Licht}} = v_{\text{Licht}}}$$

sein.

In der bislang üblichen Denkweise wäre demnach v'_{Licht} zu groß…

Einstein denkt das Undenkbare

Das Dilemma lässt sich mit einem simplen Gedanken lösen, der aber für das normale Gehirn schlichtweg absurd klingt…



In der herkömmlichen Physik würde B' zwangsläufig bei einer Messung eine zu hohe Lichtgeschwindigkeit v'_{Licht} ermitteln.

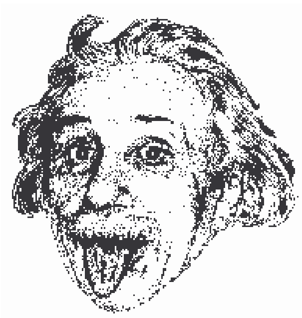
Das Problem wäre beseitigt, wenn für den Beobachter B' die Zeit schneller laufen würde als für einen Beobachter in B!

► *Angenommen, für den Beobachter B' verläuft die Zeit schneller als herkömmlich erwartet. Wieso würde dann B' bei einer Messung eine geringere Lichtgeschwindigkeit v'_{Licht} ermitteln als herkömmlich zu erwarten?*

Tatsächlich kam deshalb Albert Einstein in seiner SRT zu der erstaunlichen Forderung:

> „*Ruhende Uhren gehen schneller als bewegte Uhren.*
>
> *Wenn eine ruhende und eine bewegte Uhr jeweils die Dauer des gleichen Vorgangs messen, so ermittelt die ruhende Uhr eine größere Dauer als die bewegte Uhr*."

Nur mit dieser radikalen Forderung konnte Einstein erreichen, dass die Lichtgeschwindigkeit wirklich von jedem Beobachter (egal ob im Bezugssystem B oder B') als gleich groß wahrgenommen wird!



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 3b

Die Lichtuhr des Albert Einstein

Einsteins Folgerung klingt zunächst vollkommen absurd. Er behauptet ja, dass die Zeit für verschiedene Beobachter verschieden schnell verläuft – wenn sich diese Beobachter unterschiedlich schnell bewegen.
Aber diese Idee ist eine zwingende Folgerung aus der Hauptforderung der SRT.

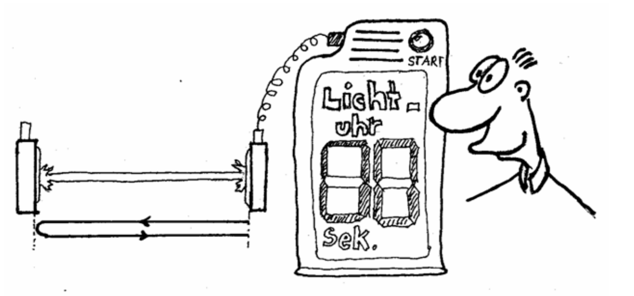
Nach Einsteins SRT hat Licht in jedem Bezugssystem die gleiche Geschwindigkeit:

$$\boxed{c = 300\,000\ \tfrac{\text{km}}{\text{s}}}$$

Als Folge davon können ruhende und bewegte Uhren keinesfalls gleich schnell laufen!

Einstein machte sich gleich daran auszurechnen, wie groß eigentlich der Unterschied bei der Zeitmessung in verschiedenen Bezugssystemen ist.

Um stinknormalen Menschen die Rechnung verständlich erklären zu können, ersann er die Idee der **Lichtuhr**.



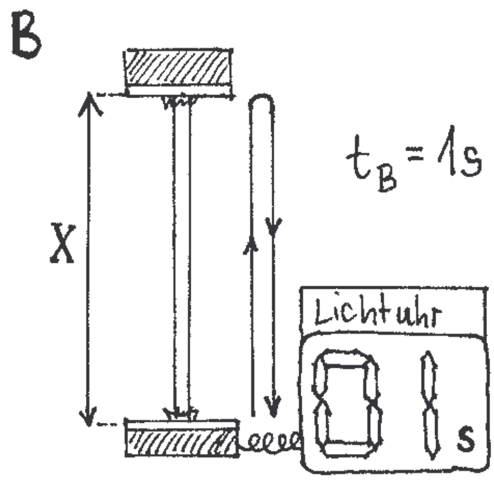
Wir messen die Zeit mit einer Lichtuhr:
Eine Lichtuhr besteht aus einem **Lichtstrahl**, zwei **Spiegeln** und einem **Sekundenzähler**.

Die beiden Spiegel sind so weit voneinander entfernt, dass der Lichtstrahl für einen Weg hin und zurück genau **1 Sekunde** benötigt. Immer dann, wenn der Lichtstrahl wieder zurück beim ersten Spiegel angekommen ist, erhöht sich der Sekundenzähler. So kann man Zeit messen.

Eine Lichtuhr ist technisch schwer zu verwirklichen.
Aber wir gehen einfach davon aus, dass wir eine solche Apparatur erfolgreich gebaut haben.

Aufgabe 3.1 – Wie weit sind die beiden Spiegel auseinander?

In der Zeichnung rechts sind ist die Lichtuhr aufrecht aufgebaut. Der Abstand zwischen den beiden Spiegeln ist mit x bezeichnet.



Die Geschwindigkeit des Lichts c ist bekannt. Der Sekundenzähler soll genau nach einem Weg hin und zurück erhöht werden.

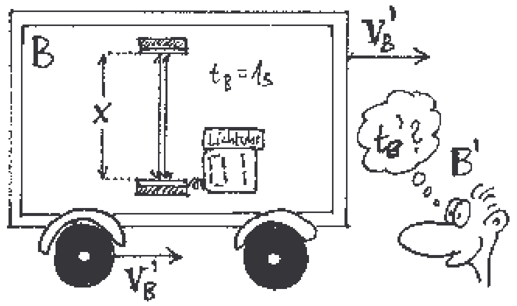
► *Ermittle aus diesen Angaben den nötigen Spiegelabstand x.*

Die Lichtuhr steht in einem Bezugssystem B.
Die Dauer des Vorgangs „*Lichtstrahl geht einmal hin und her*“ beträgt im Bezugssystem B:

$$\boxed{t_B = 1s}$$

Aufgabe 3.2 – Die Lichtuhr steht natürlich in einem „Gefährt“. Was sonst?

Auch hier weiß die Lichtuhr nicht, dass sie in Wahrheit in einem riesigen Gefährt aufgebaut ist!



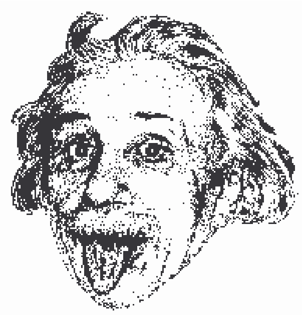
Außerhalb dieses Gefährts steht ein Beobachter B’ und beobachtet die vorbeifahrende Lichtuhr (siehe rechts).

Das Gefährt samt Lichtuhr hat die Geschwindigkeit v'_B im Bezugssystem des Beobachters B’.

► *Für den Beobachter B’ würde der Lichtstrahl nicht einfach nur auf und ab gehen.*
Wie würde der Weg des Lichtstrahls für den Beobachter B’ aussehen?
Bedenke bei der Lösung, dass das Gefährt mit der Geschwindigkeit v'_B am Beobachter B’ vorbeifährt. Damit die Lösung leichter wird, solltest Du Dir das Gefährt sehr schnell vorstellen – oder alternativ das Licht sehr langsam.

In der nächsten Lektion werden wir untersuchen, wie der Beobachter B’ die Situation wahrnimmt. Beobachter B’ wird darüber nachdenken, wie lang die Reise des Lichts vom 1. Spiegel über den 2. Spiegel wieder zurück zum 1. Spiegel gedauert hat.

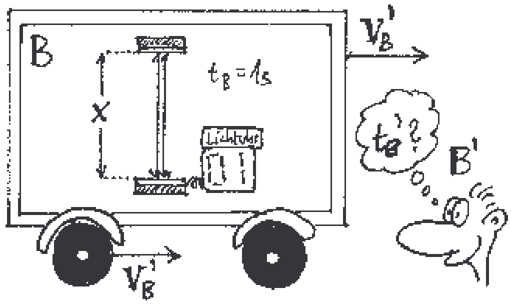
Und tatsächlich wird Beobachter B’ behaupten, dass der Vorgang länger als 1s gedauert hat!



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 3c

Warum die Zeit verschieden schnell läuft…



Die Lichtuhr befindet sich in einem Gefährt.

Das Bezugsystem B:

- Aus Sicht eines Beobachters im Bezugsystem B bewegt sich das Licht in der Uhr einfach auf und ab.
- Die Lichtuhr ist im Bezugssystem B so eingestellt worden, dass das Licht für eine Strecke <u>hin und zurück</u> genau die Zeit

  $$\boxed{t_B = 1\text{s}}$$

  benötigt.
- Das bedeutet, dass der <u>einfache</u> Lichtweg im System B genau $\frac{1}{2}$ s dauert.

  Deshalb berechnet sich die Entfernung der beiden Spiegel x als:

  $$\boxed{x = c \cdot \tfrac{1}{2}\text{s}}$$

  Hierin ist c wie immer die Geschwindigkeit des Lichts.
- Der Lichtweg <u>hin und zurück</u> hat im Bezugsystem B insgesamt die Länge l_B:

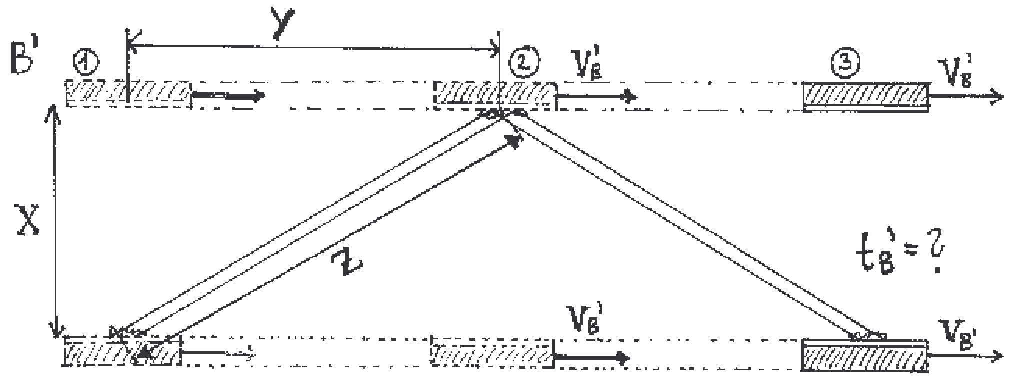
  $$\boxed{l_B = 2 \cdot x}$$

Das Bezugssystem B' − Jetzt muss mitgedacht werden!

- Aus Sicht eines Beobachters im Bezugssystem B' sieht der gleiche Vorgang völlig anders aus.

  Die Lichtuhr befindet sich in einem Gefährt, das im System B' mit der Geschwindigkeit $v_{B'}$ unterwegs ist:

Dadurch erscheint der Weg des Lichtes aus Sicht von B' als Zick-Zack-Kurve:



- Schau Dir die Situation oben in den Abbildungen von Nr. 1 bis Nr. 3 an!

  Im System B' ist der Weg, den das Licht zurücklegt, offenbar länger als im System B.

- Die Länge $l_{B'}$ des Wegs, den das Licht insgesamt hin und her zurücklegt, beträgt im Bezugssystem B' nämlich:

$$\boxed{l_{B'} = 2 \cdot z}$$

- Der „schräge" Lichtweg z (Bezugsystem B') ist natürlich länger als der „gerade" Lichtweg x (Bezugssystem B).

  Folglich muss gelten:

$$\boxed{l_{B'} > l_B}$$

- Das bedeutet also zusammenfassend:

> Der Beobachter B' beobachtet einen längeren Lichtweg als der Beobachter B – und das für den gleichen Vorgang!

- Das hat aber zusammen mit Albert Einsteins Hauptforderung der SRT…

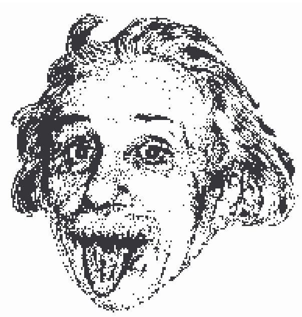
> In jedem beliebigen Bezugssystem ist Licht gleich schnell.
> Die Lichtgeschwindigkeit beträgt für jeden Beobachter stets $c = 300000\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

  …weitreichende Folgen!

► *Derselbe Lichtweg (einmal hin und her) hat in den beiden Bezugssystemen verschiedene Länge ($l_{B'} > l_B$).*

Aber die Geschwindigkeit des Lichts ist nach der SRT in jedem Bezugssystem gleich.

Angenommen, der Beobachter B' beurteilt die zeitliche Dauer des Lichtwegs hin und her.
Zu welchem Ergebnis käme er($t_{B'}$) – verglichen mit Beobachter B (t_B)? Warum?

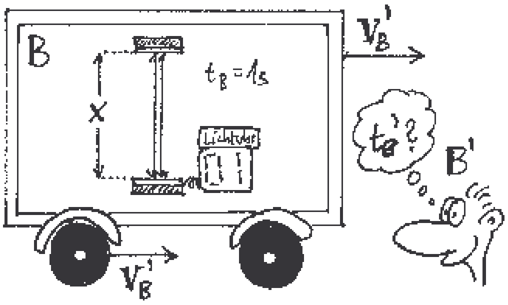


Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 4a

Wie kann man überhaupt noch Zeit messen?

Derselbe Vorgang kann also zwei Beobachtern völlig verschieden erscheinen.
Hier siehst Du die Situation der Lichtuhr in den beiden Bezugssystemen B und B':



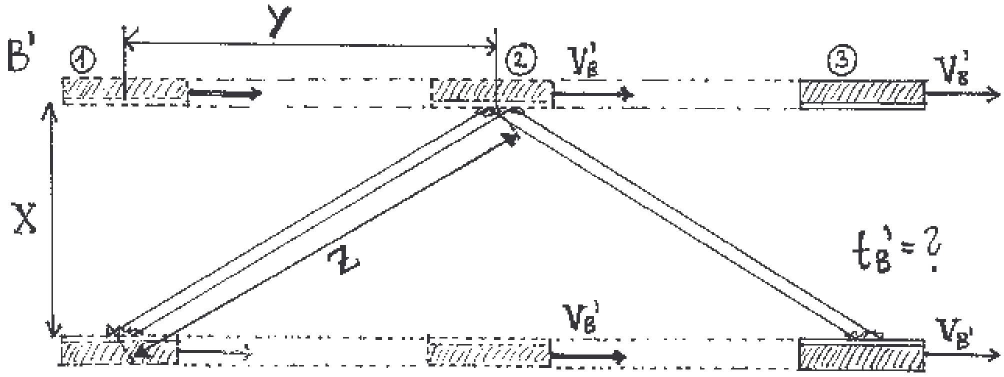
- **Beobachter B** (im Gefährt) sieht den Lichtweg auf und ab als geradlinig.
- Der Lichtweg auf und ab hat die Länge:

$$\boxed{l_B = 2 \cdot x}$$

- Er dauert im System B:

$$\boxed{t_B = 1\text{s}}$$

Im Bezugssystem B' bewertet ein Beobachter den gleichen Vorgang anders:



- **Beobachter B'** (außerhalb des Gefährts) sieht den Lichtweg auf und ab als Zick-Zack-Kurve.
- Aus einfachen geometrischen Gründen ist die Länge $l_{B'}$ des Lichtwegs aus Sicht von B' länger als aus Sicht von B:

$$\boxed{l_{B'} > l_B}$$

- Da Licht für den Beobachter B' genau so schnell ist wie für den Beobachter B, muss B' den betrachteten Vorgang zeitlich anders bewerten…

  …dieser Vorgang muss für B' zeitlich länger dauern als für Beobachter B!!!

$$\boxed{t_{B'} > t_B}$$

Albert Einstein nannte dieses Phänomen **Zeitdilatation** (Zeitdehnung):
Der gleiche Vorgang muss aus Sicht verschiedener Beobachter nicht gleich lang dauern!

Bewegte Uhren gehen langsamer als ruhende Uhren…

Um die Zeitdilatation richtig zu verstehen, sollten wir überlegen, wie man angesichts solcher Probleme überhaupt noch die zeitliche Dauer von Vorgängen messen kann…

Wie man überhaupt noch Zeit messen kann: Uhren synchronisieren

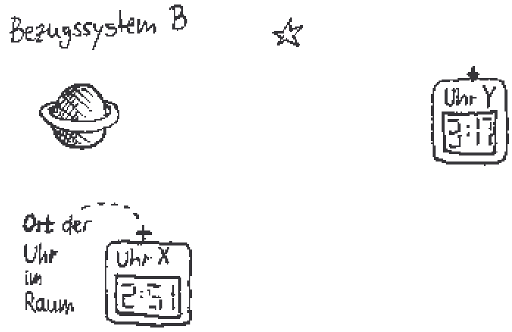
Stell Dir vor, Du als Beobachter befindest Dich in Deinem Bezugssystem B.

Du besitzt zwei Uhren X und Y an verschiedenen Orten im Raum, die zunächst völlig verschiedene Zeiten anzeigen. Damit lässt sich noch nichts anfangen.

Aufgabe 4.1: So lassen sich Uhren nicht synchronisieren…

Nach den bisherigen Überlegungen hatte Einstein tatsächlich das Problem, Uhren überhaupt zu synchronisieren – das heißt, sie auf die gleiche Zeit einzustellen.

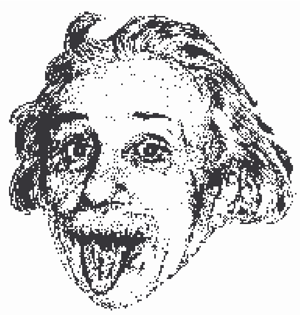
Angenommen, wir wollen an den beiden Orten (siehe Abbildung rechts) zwei Uhren haben, die die gleiche Zeit anzeigen.



Wieso lassen sich die Uhren mit folgender Vorgehensweise keinesfalls synchronisieren, so dass sie die gleiche Zeit zeigen?

- Zunächst hast Du die Uhr Y am gleichen Ort wie die Uhr X, so dass Du sie beide gleichzeitig mit Deinen Fingern bedienen kannst.
- Du stellst beide gleichzeitig auf 0:00 Uhr. Sie laufen nun synchron: 0:01, 0:02, …
- Solchermaßen synchronisiert bringst Du die Uhr Y an den beabsichtigten Ort, der oben eingezeichnet ist. Die beiden Uhren zeigen von jetzt an die gleiche Zeit... - oder?

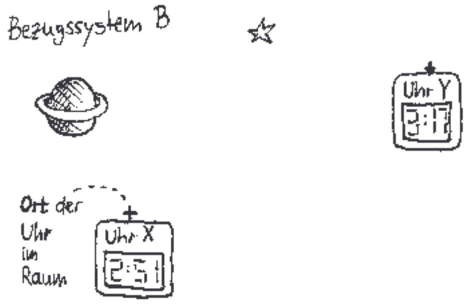
► *Diese Vorgehensweise ist ungeeignet, um Uhren zu synchronisieren. Die Uhren X und Y werden an den beiden Orten nicht die gleiche Zeit zeigen. Nach der SRT ist das unmöglich. Woran scheitert es?*



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 4b

So kann man Uhren nicht synchronisieren



Um uns überhaupt noch sinnvoll über „Zeit“ unterhalten zu können, benötigen wir ein Verfahren, um mehrere Uhren an **verschiedenen Orten** auf die **gleiche Zeit** zu stellen (d. h. zu **synchronisieren**).

Der Vorschlag der letzten Lektion 4a sah vor, zwei Uhren am gleichen Ort X auf 0:00 Uhr zu stellen. Anschließend bringt man eine der Uhren von Ort X zum Ort Y. Man sollte dann zwei Uhren besitzen, die am Ort X und am Ort Y jeweils die gleiche Zeit anzeigen.

Dieses Verfahren funktioniert nicht.
Das Problem entsteht durch den Transport der Uhr von Ort X nach Ort Y:

Bewegte Uhren gehen langsamer als ruhende Uhren…

Solange die Uhren beide an Ort X sind, laufen sie noch synchron. Bei dem Transport einer Uhr von Ort X nach Ort Y wird deren Zeit jedoch langsamer verlaufen als bei der ruhenden Uhr. Sobald sich dann die Uhren an Ort X bzw. an Ort Y befinden, werden sie nicht mehr die gleiche Zeit anzeigen…

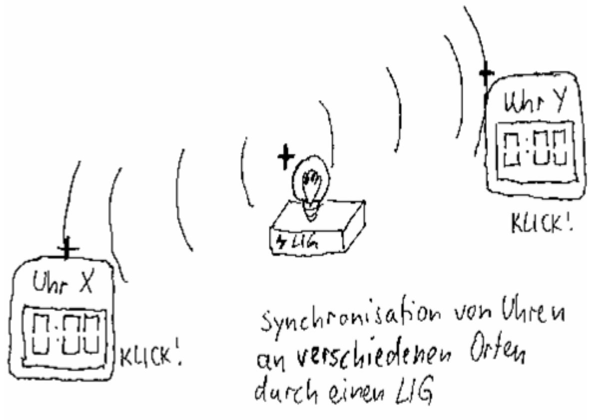
Licht kann helfen, zwei Uhren zu synchronisieren!

Aber es ist möglich, zwei Uhren zu synchronisieren. Hierzu bauen wir die Uhren so, dass sie per Lichtimpuls auf 0:00 Uhr gestellt werden können. Wir benutzen einen so genannten **Licht-Impuls-Generator (LIG)**.
Ein LIG kann Lichtimpulse losschicken.

Wenn wir nun zwei ruhende Uhren an verschiedenen Orten X und Y synchronisieren wollen, so müssen wir nur einen **LIG in der Mitte zwischen X und Y** platzieren und von dort einen Lichtimpuls aussenden. Der Lichtimpuls wird die Uhren gleichzeitig erreichen.

Sie werden gleichzeitig auf 0:00 Uhr gestellt.

Solange beide Uhren ruhen, werden sie synchron weiterlaufen.

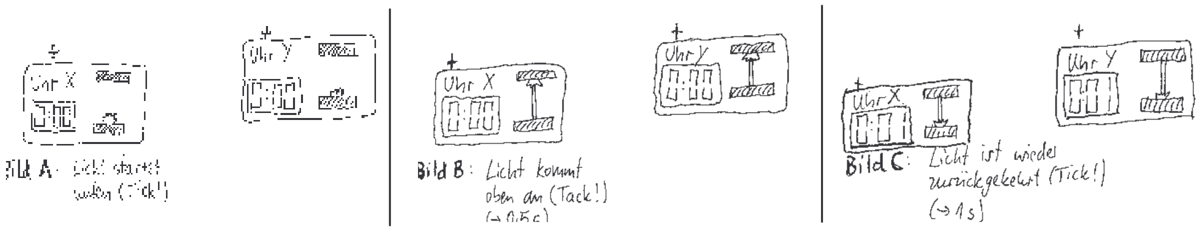


> *Innerhalb eines Bezugsystems ist es an jedem beliebigen Ort möglich, ruhende Uhren untereinander zu synchronisieren.*
>
> *Solange diese Uhren in dem Bezugsystem ruhen, laufen sie synchron.*

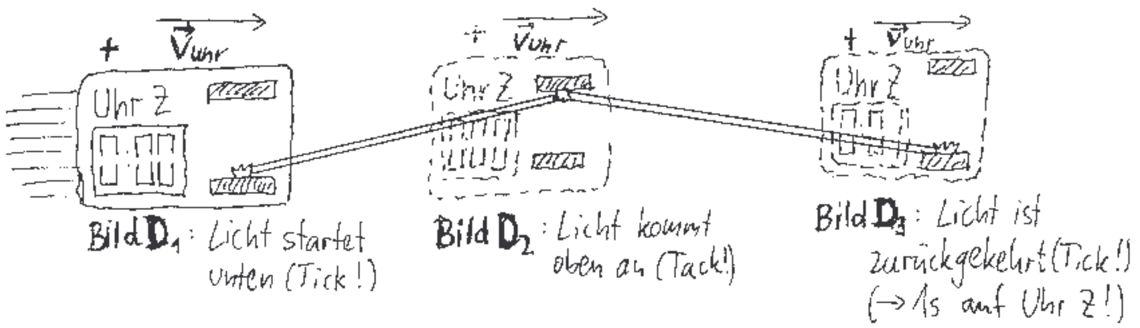
Eine bewegte Uhr besucht synchronisierte, ruhende Uhren

Wir stellen uns ein **Bezugssystem** mit lauter **synchronisierten, ruhenden Uhren** an verschiedenen Orten vor. Alle Uhren sind Lichtuhren. Also läuft je ein Lichtstrahl in ihnen hin und her. Nach jedem Weg des Lichts hin und her zählt eine Lichtuhr um eine Sekunde weiter.

In unserem Beispiel gibt es zwei **synchronisierte, ruhende Uhren X und Y**:

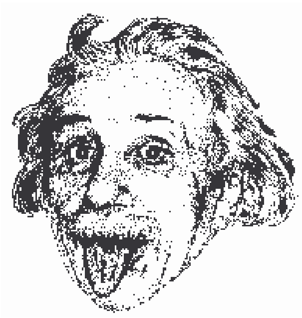


In dieser Situation fliegt eine **bewegte Uhr Z** mit Geschwindigkeit v_{Uhr} durch das Bezugsystem. Auch die Uhr Z ist eine Lichtuhr. In unserem Bezugssystem erscheint der Lichtweg der Uhr Z wegen ihrer Bewegung nicht als „Auf-und-Ab“, sondern als **„Zick-Zack-Kurve**“.



► *Nehmen wir an, die bewegte Uhr Z sei zu Beginn am gleichen Ort wie die ruhende Uhr X. Beide sollen in diesem Moment 0:00 Uhr zeigen. Dann kann man mit Fug und Recht behaupten: „Bild A und Bild D_1 passieren gleichzeitig.“*

Nach der SRT ist die Lichtgeschwindigkeit stets gleich groß:
In welche zeitliche Abfolge müsste man die Bilder A, B, C, D_1, D_2, D_3 bringen?



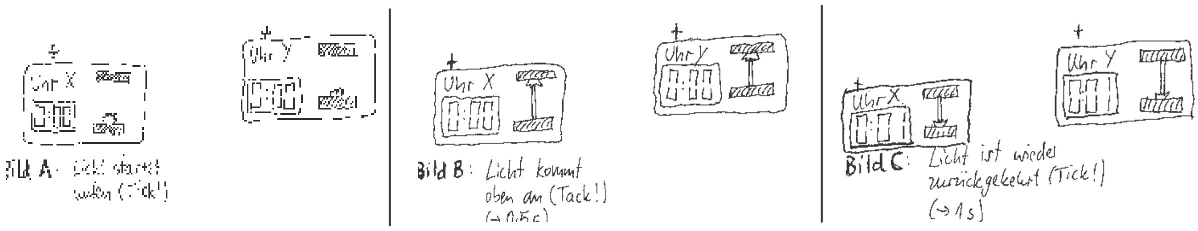
Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 4c

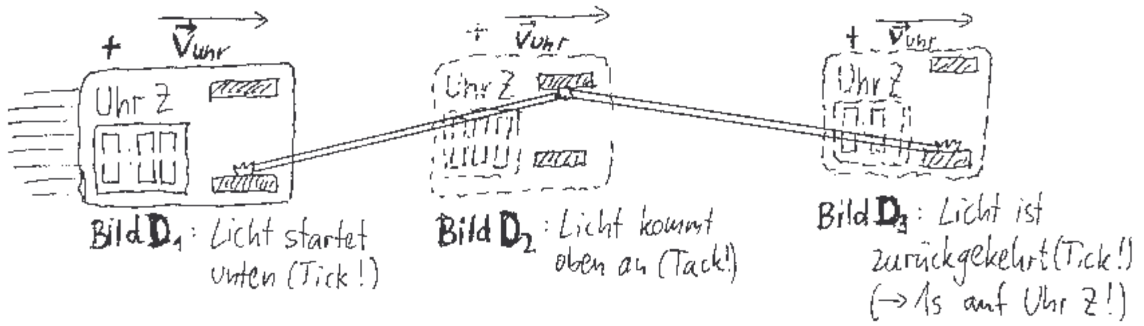
Der Begriff „Die Zeit“ hat physikalisch keinen Sinn mehr...

Auf dem letzten Einstein-Blatt sollten die Situationen A, B, C, D_1, D_2 und D_3 in eine sinnvolle zeitliche Reihenfolge gebracht werden.

Hierbei zeigen die Bilder A, B, C **ruhende, synchronisierte Uhren**...



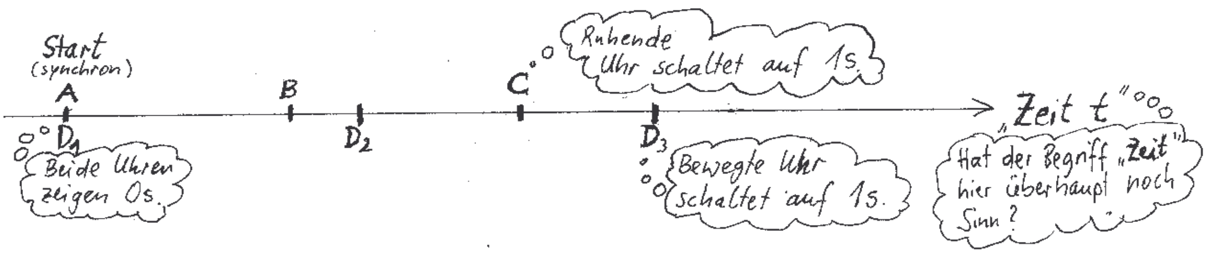
...und die Bilder D_1, D_2 und D_3 eine relativ dazu **bewegte Uhr**..



- Der Lichtstrahl läuft in der ruhenden Uhr **einfach auf und ab** (siehe A→B→C).
- Aufgrund der Geschwindigkeit v_{Uhr} der bewegten Uhr läuft der Lichtstrahl in der **bewegten Uhr** im **Zick-Zack** ($D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_3$).
- Der **Lichtweg** zwischen den Spiegeln ist **bei der bewegten Uhr länger als bei der ruhenden Uhr** (Die Reise des Lichts bei $D_1 \rightarrow D_2$ dauert länger als bei A→B).
- Also muss zum Beispiel gelten: „*D_2 passiert später als B.*“!

Wenn wir den zeitlichen Ablauf der Situationen A, B, C, D_1, D_2 und D_3 in einer Zeitachse einzeichnen, könnte dies zum Beispiel so aussehen:

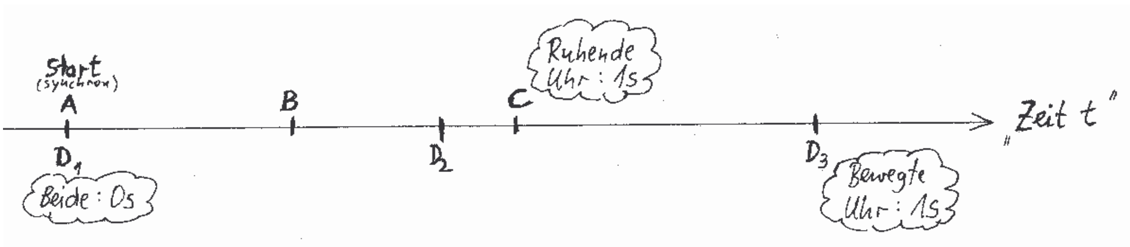
Beispiel: Ein möglicher „zeitlicher“ Ablauf der Ereignisse:



Eigentlich dürfen wir auf der Achse gar nicht mehr die Beschriftung „Zeit *t*“ anbringen.

Die **ruhende und die bewegte Uhr** laufen nämlich **a-synchron**!
Es gibt in unserem Beispiel **zwei verschiedene Zeiten** – und nicht mehr „die“ Zeit!

Aufgabe 4.2: Ist die bewegte Uhr hier schneller oder langsamer?



Wir verwenden hier die gleiche **ruhende Uhr** wie zuvor (Situationen A, B, C).

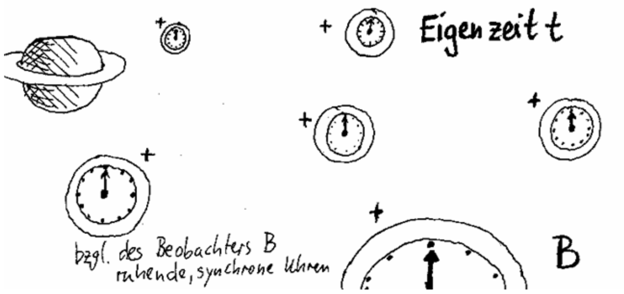
Auch hier fährt wieder eine **bewegte Uhr** mit der Geschwindigkeit v_{Uhr} vorbei.
Allerdings ist hier die Geschwindigkeit anders als zuvor.

► *Bewegt sich die bewegte Uhr mit größerem oder kleinerem* v_{Uhr} *als im Beispiel zuvor?*

Der Begriff „Eigenzeit“

Über „Zeit“ können wir nicht mehr sinnvoll reden, da der Verlauf der „Zeit“ von der Geschwindigkeit des Beobachters abhängt!

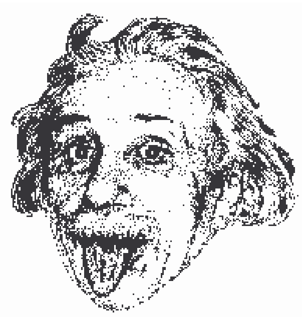
Einstein führte deshalb den Begriff **Eigenzeit** ein:



- „*Ich als **Beobachter B** stelle lauter **ruhende Uhren** auf, die ich alle **synchronisiert** habe.*“
- „*Diese Uhren messen mir – dem Beobachter B – meine **Eigenzeit t**.*“

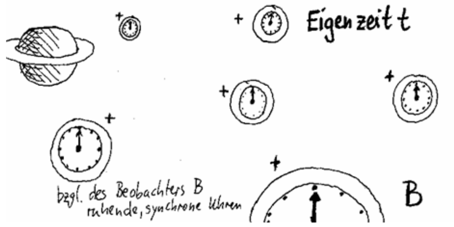
Ich – als Beobachter B – bin mir aber dessen bewusst:

- „*Angenommen, es gibt noch einen weiteren **Beobachter B’**, der sich relativ zu mir (Beobachter B) **bewegt** und eine Uhr dabei hat.*
  *Dann lebt dieser **Beobachter B’** in einem anderen **Zeitsystem t’**, das nicht mit meiner Eigenzeit t übereinstimmt.*“



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 5a



Die Zeitdilatation:

Verschieden schnell bewegte Bezugsysteme haben jeweils ihre eigene Zeit

Wir stellen uns nun vor, wir leben als Beobachter in einem Bezugsystem B. Dort haben wir beliebig viele, ruhende Uhren aufgestellt und diese alle synchronisiert.
Dann können wir in diesem Bezugssystem B die **Eigenzeit *t*** angeben.

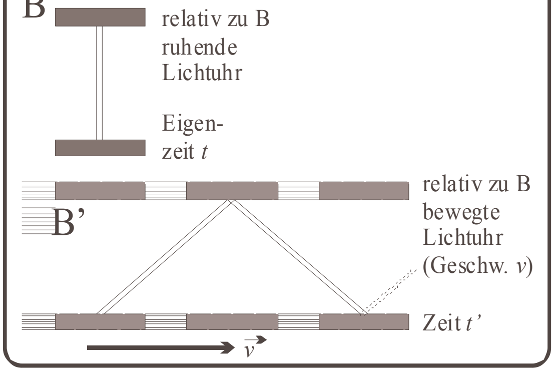
Die **Eigenzeit *t*** gilt im **Bezugsystem B** für alle ruhenden Objekte und ruhenden Beobachter.

Ein Objekt oder Beobachter (**Bezugssystem B'**), der sich **relativ zu B** mit der **Geschwindigkeit *v*** bewegt, befindet sich jedoch in einem **anderen Zeitsystem *t'***.

Die beiden Zeiten *t* und *t'* laufen nicht synchron.

Albert Einstein berechnete den Unterschied zwischen der **Eigenzeit *t*** im Bezugssystem B und der **Zeit *t'*** eines relativ bewegten Bezugssystems B' mit Hilfe seiner berühmten Lichtuhren. Damit Du die Berechnung Einsteins verstehst, musst Du den **Satz des Pythagoras** kennen.

Der Begriff „Zeitdilatation"



Der Begriff **Zeitdilatation** ist dem Lateinischen entnommen und bedeutet **Zeitdehnung**.

In der Zeichnung links siehst Du zwei Uhren:

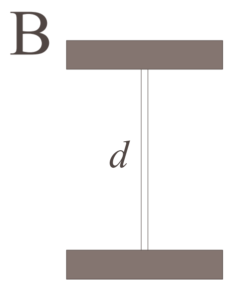
- Die ruhende Uhr B misst die Eigenzeit *t*.
- Die bewegte Uhr B' misst die Zeit *t'*.

Da Licht stets gleich schnell ist, müssen die Sekunden in der bewegten Uhr langsamer vergehen: Denn dort ist der Lichtweg länger!

Die Zeit ist im Bezugsystem B' „gedehnt" – verglichen mit unserer Eigenzeit im System B.

Die Berechnung der Zeitdilatation:

I. Der Abstand der Spiegel in einer Lichtuhr



Der **Abstand *d*** zwischen den beiden Spiegeln einer Lichtuhr ist so ausgetüftelt, dass der **Lichtweg hin und her** genau **1 Sekunde** dauert.

Die **Lichtgeschwindigkeit** beträgt grundsätzlich *c*.

Es gilt deshalb:

$$\boxed{d = c \cdot \tfrac{1}{2}\,\mathrm{s}}$$

Um die weitere Rechnung Einsteins zu verstehen, muss man stets **genau** unterscheiden, **welche Zeit- bzw. welche Entfernungsangabe** aus Sicht von **welchem Beobachter** gemeint ist.

II. Zeit- und Längenangaben aus Sicht verschiedener Bezugssysteme

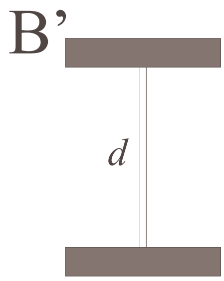
Zunächst einmal versetzen wir uns in die Lage des **Beobachters B**, der seine eigene **Lichtuhr B** betrachtet. Aus Sicht von B ist die Lichtuhr B **ruhend**.

Für die **Länge des Lichtwegs hin und her** in der Lichtuhr von B gilt aus Sicht von B:

$$\boxed{l_{B \to B} = 2 \cdot d}$$

Die Zeitdauer, die das Licht in der Lichtuhr B hin und her braucht, beträgt aus Sicht von B natürlich:

$$\boxed{t_{B \to B} = 1s}$$



Jetzt versetzen wir uns in die Lage des bewegten **Beobachters B’**, der seine **Lichtuhr B’** betrachtet.

Aus Sicht von B’ ist die Lichtuhr B’ **ruhend**, weil B’ mit seiner Uhr B’ „mitfährt“.

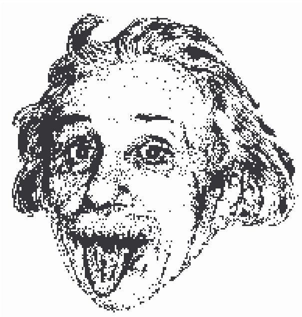
B’ kommt bei der Beurteilung seiner Lichtuhr B’ zum unweigerlichen Ergebnis:

$$\boxed{\begin{aligned} l_{B' \to B'} &= 2 \cdot d \\ t_{B' \to B'} &= 1s \end{aligned}}$$

Beachte in diesen Schreibweisen das Kleingedruckte!

Zum Beispiel bedeutet „$t_{X \to Y}$“ die „*Zeitdauer, die ein Beobachter im Bezugssystem X ermittelt für einen Vorgang, der im Bezugssystem Y stattfindet*“.

Ein bisschen komplizierter ist es allerdings, wenn der **Beobachter B** die vorbei fliegende **Uhr B’** beurteilt: Ein **ruhender Beobachter** beurteilt ein **bewegtes Objekt**...



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 5b

Die Berechnung der Zeitdilatation:

II. Zeit- und Längenangaben aus Sicht verschiedener Bezugssysteme

Solange also die Beobachter B bzw. B' Vorgänge in ihren **eigenen** Bezugsystemen beobachten, ergeben sich keinerlei Probleme.

So lassen sich die **Länge des Lichtwegs hin und her**,
sowie die **Zeitdauer dieses Lichtwegs hin und her** sehr einfach angeben:

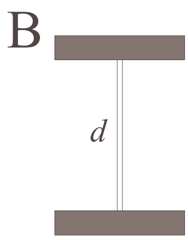
B beurteilt Uhr im eigenen System B

Länge des Lichtwegs:

$$l_{B \to B} = 2 \cdot d$$

Zeitdauer des Lichtwegs:

$$t_{B \to B} = 1s$$



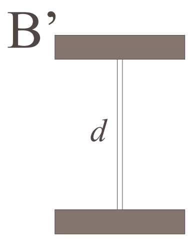
B' beurteilt Uhr im eigenen System B'

Länge des Lichtwegs:

$$l_{B' \to B'} = 2 \cdot d$$

Zeitdauer des Lichtwegs:

$$t_{B' \to B'} = 1s$$



Allerdings beurteilen hier **ruhende Beobachter** Vorgänge bei **ebenfalls ruhenden Objekten** (hier: Lichtuhren). Das Ergebnis ist nicht sonderlich überraschend.

Jetzt aber überlegte sich Albert Einstein, wie ein **ruhender Beobachter** einen **bewegten Vorgang** beurteilt. In unserem Beispiel bedeutet dies:

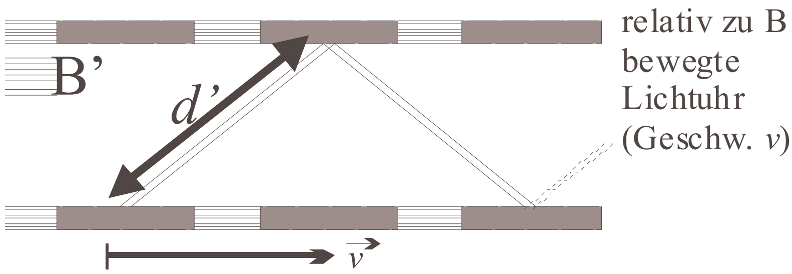
B beurteilt die bewegte Uhr B'

Länge des Lichtwegs:

$$l_{B \to B'} = 2 \cdot d'$$

Zeitdauer des Lichtwegs:

$$t_{B \to B'} = ???$$



Ohne weitere Rechnung ist der exakte Wert für die **Zeitdauer $t_{B\rightarrow B'}$** nicht klar.

Aber es lassen sich folgende Dinge festhalten:

- Die **Lichtgeschwindigkeit** ist für jeden Beobachter **gleich groß**.
- Eine **Zick-Zack-Kurve** ist immer **länger** als der **direkte Weg auf und ab** ($d' > d$).
- Darum ist der **Lichtweg** in der Uhr B' aus Sicht von B länger als aus Sicht von B'.
  Es muss sein:

$$\boxed{l_{B\rightarrow B'} > l_{B'\rightarrow B'}}$$

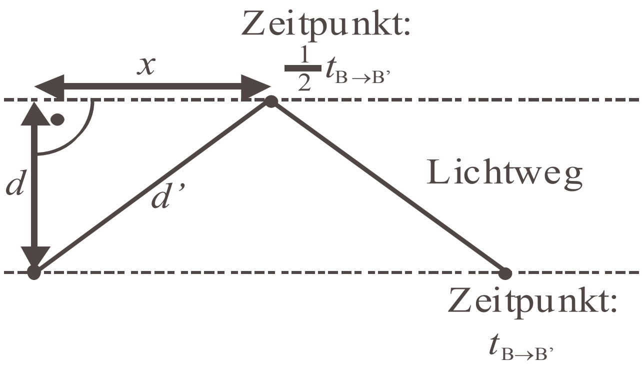
- Wie lange dauert der Lichtweg hin und her in der Uhr B'?
  Auch hier kommen Beobachter B und B' zu verschiedenen Ergebnissen.

  Wegen der verschieden langen Lichtwege in der Uhr B' aus Sicht von B und B' muss auch die **Zeitdauer** aus Sicht von B und B' verschieden groß sein:

$$\boxed{t_{B\rightarrow B'} > t_{B'\rightarrow B'}}$$

III. Berechnung der Länge des Zick-Zack-Lichtwegs $l_{B\rightarrow B'}$

Hier hilft eine Skizze, in der nur die nötigsten Größen eingezeichnet sind:



Es gilt ja:

$$l_{B\rightarrow B'} = 2 \cdot d'$$

Wir müssen *d'* berechnen.

Dazu gelten folgende Tatsachen:

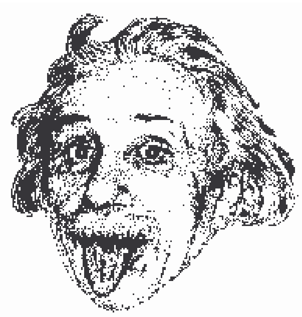
- Je schneller sich die Uhr B' relativ zum Beobachter B bewegt, desto weiter zieht sich die Zick-Zack-Kurve auseinander.
- Und zwar beeinflusst die **Geschwindigkeit *v*** der Uhr B' die **Länge der Strecke *x***.
- Aus der **Strecke *x*** und dem **Spiegelabstand *d*** lässt sich dann die **Länge von *d'*** bestimmen. Hier hilft der Satz von Pythagoras.

Aufgabe 4.3: Der Satz des Pythagoras im Einsatz

► *Formuliere den mathematischen Zusammenhang zwischen den Größen d, d' und x!*

Aufgabe 4.4: Die Berechnung der Größe *x*

►*Die Uhr B' bewegt sich mit der Geschwindigkeit v nach rechts. Der Lichtstrahl kommt nach der Zeitdauer* $\frac{1}{2} t_{B\rightarrow B'}$ *beim oberen Spiegel an. Berechne aus diesen Größen die Länge x!*



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 5c

Die Berechnung der Zeitdilatation:

III. Berechnung der Länge des Zick-Zack-Lichtwegs $l_{B\to B'}$

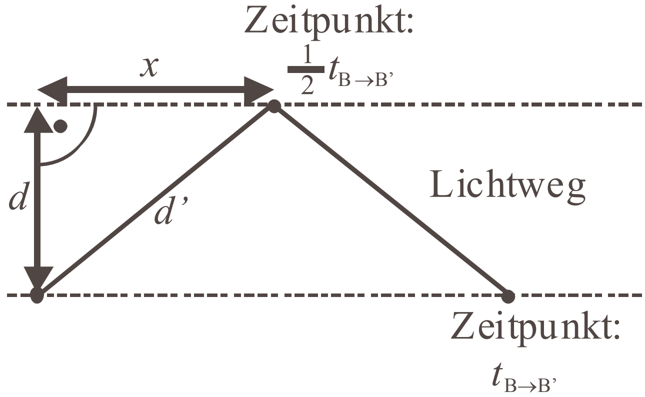
Für die Gesamtlänge eines Zick-Zack-Wegs lässt sich festhalten:

(1) $l_{B\to B'} = 2 \cdot d'$

Für die **Länge *d'*** gilt nach dem Satz von Pythagoras:

(2) $d'^2 = d^2 + x^2$

Und die **Länge *x*** wiederum hängt von der **Geschwindigkeit *v*** der Uhr B' ab:



(3) $x = \frac{1}{2} t_{B\to B'} \cdot v$

Wir müssen *d'* berechnen.

Wenn wir (3) in (2) einsetzen, erhalten wir:

$$d'^2 = d^2 + (\tfrac{1}{2} t_{B\to B'} \cdot v)^2$$
$$d'^2 = d^2 + \tfrac{1}{4} t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2 \qquad | \cdot 4$$
$$4d'^2 = 4d^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2$$
$$(2d')^2 = (2d)^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2$$

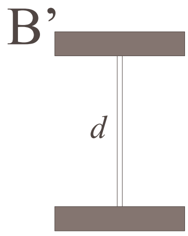
Ja, und die letzte Gleichung sagt uns einen Zusammenhang zwischen

- ...der Länge des normalen Lichtwegs „auf und ab“: $l_{B'\to B'} = 2 \cdot d$
- ...und der Länge des Zick-Zack-Lichtwegs „hin und her“ $l_{B\to B'} = 2 \cdot d'$

Es gilt nämlich:

$$\boxed{(4)\ l_{B\to B'}{}^2 = l_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2}$$

IV. Wie die Lichtwege mit den Zeitdauern zusammenhängen



Wenn der **Beobachter B'** seine eigene **Uhr B'** anschaut, läuft der Lichtstrahl einfach „auf und ab."

Die **Länge des Lichtwegs** „auf und ab" beträgt bekanntlich:

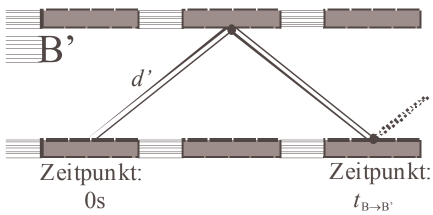
$$l_{B'\to B'} = 2 \cdot d$$

Die **zeitliche Dauer** dieses Lichtwegs wird bekanntlich mit $\boldsymbol{t_{B'\to B'}}$ bezeichnet.

Der **Beobachter B'** ermittelt sie mit Hilfe der **Lichtgeschwindigkeit *c*** aus der **Länge $\boldsymbol{l_{B'\to B'}}$**:

$$t_{B'\to B'} = \frac{l_{B'\to B'}}{c}$$

$$\boxed{\Rightarrow (5)\ l_{B'\to B'} = c \cdot t_{B'\to B'}}$$



Wenn hingegen der **Beobachter B** die vorbei fliegende **Uhr B'** anschaut, läuft der Lichtstrahl im Zick-Zack.

Die **Länge des Lichtwegs** beträgt hier:

$$l_{B\to B'} = 2 \cdot d'$$

Der **Beobachter B** berechnet aus der beobachteten Länge des Lichtwegs $\boldsymbol{l_{B\to B'}}$ und der **Lichtgeschwindigkeit *c*** folgende **Zeitdauer $\boldsymbol{t_{B\to B'}}$** des Lichtwegs:

$$t_{B\to B'} = \frac{l_{B\to B'}}{c}$$

$$\boxed{\Rightarrow (6)\ l_{B\to B'} = c \cdot t_{B\to B'}}$$

Aufgabe 4.5: Der Zusammenhang zwischen $t_{B\to B'}$ und $t_{B'\to B'}$

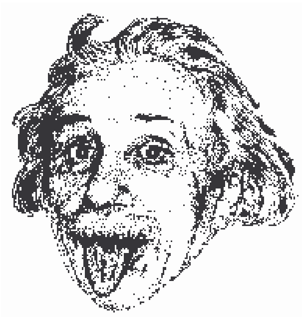
►*Wenn Du die Gleichungen (5) und (6) in der Längenbeziehung (4) verwendest, kannst Du wie Albert Einstein die Beziehung zwischen den Zeitdauern* $t_{B\to B'}$ *und* $t_{B\to B'}$ *ausrechnen.*

*Setze (5), (6) in (4) ein. Ermittle daraus Einsteins Gleichung für die **Zeitdilatation**:*

$$\boxed{t_{B\to B'}{}^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t_{B'\to B'}{}^2}$$

***Tipp**: Ein wichtiges Zwischenergebnis hierbei ist:*

$$t_{B\to B'}{}^2 = t_{B'\to B'}{}^2 + \frac{v^2}{c^2} \cdot t_{B\to B'}{}^2$$

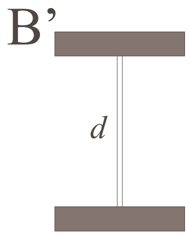


Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 6a

Die Berechnung der Zeitdilatation:

V. Der Zusammenhang zwischen $t_{B\to B'}$ und $t_{B'\to B'}$

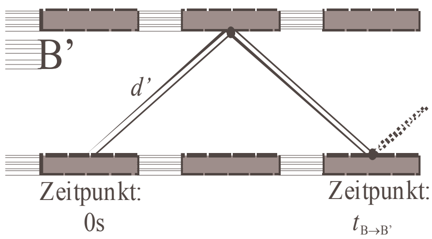


Ein **bewegter Beobachter B’**, der mit einer Lichtuhr mitfliegt, sieht diese Lichtuhr wie rechts gezeigt:

Mit $\boldsymbol{l_{B'\to B'}}$ bezeichnen wir die **Länge** des Lichtwegs auf und ab, mit $\boldsymbol{t_{B'\to B'}}$ die **zeitliche Dauer** dieses Lichtwegs auf und ab – beides aus Sicht des **mitbewegten Beobachter B’**.

Es gilt der Zusammenhang:

$$\boxed{(5)\ l_{B'\to B'} = c \cdot t_{B'\to B'}}$$



Ein **ruhender Beobachter B** sieht die oben genannte Lichtuhr, die mit der **Geschwindigkeit *v*** an ihm vorbei fliegt, ganz anders:

Auch hier ist mit $\boldsymbol{l_{B\to B'}}$ und $\boldsymbol{t_{B\to B'}}$ die **Länge** bzw. **zeitliche Dauer** des Lichtwegs auf und ab gemeint – jedoch wird hier der gesamte Vorgang in der Lichtuhr dieses Mal vom **ruhenden Beobachter B** interpretiert.

Hier gilt analog:

$$\boxed{(6)\ l_{B\to B'} = c \cdot t_{B\to B'}}$$

Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras haben wir auf dem letzten Einsteinblatt folgenden Zusammenhang gezeigt:

$$\boxed{(4)\ l_{B\to B'}{}^2 = l_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2}$$

Nachdem wir (5) und (6) in (4) eingesetzt haben, haben wir:

$$(c \cdot t_{B\to B'})^2 = (c \cdot t_{B'\to B'})^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2$$

$$c^2 \cdot t_{B\to B'}{}^2 = c^2 \cdot t_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot v^2 \qquad |: c^2$$

$$t_{B\to B'}{}^2 = t_{B'\to B'}{}^2 + t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} \qquad \Big| - t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2}$$

$$t_{B\to B'}{}^2 - t_{B\to B'}{}^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} = t_{B'\to B'}{}^2$$

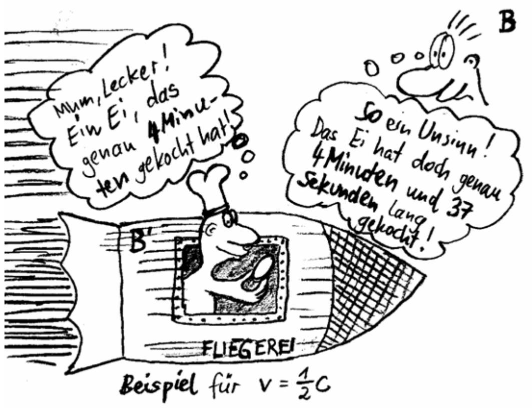
$$t_{B\to B'}{}^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = t_{B'\to B'}{}^2$$

Wenn wir diese Gleichung nach $t_{B\to B'}$ auflösen, dann erhalten wir die „Original"-Gleichung für die **Zeitdilatation (Zeitdehnung)** aus Albert Einsteins SRT:

$$t_{B\to B'}{}^2 = \frac{t_{B'\to B'}{}^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad \Big| \sqrt{\ }$$

$$t_{B\to B'} = \frac{t_{B'\to B'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

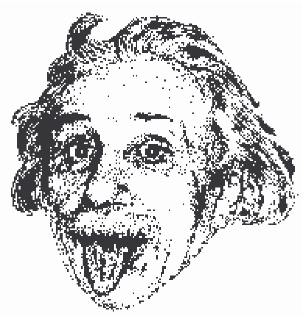
Einsteins Formel für die Zeitdilatation



Angenommen, ein **Beobachter B** befindet sich in folgender Ausgangssituation:

- Er hat in seinem eigenen **Bezugssystem B** alle Uhren auf die **Eigenzeit *t*** synchronisiert. (Diese Eigenzeit-Uhren müssen dann im System B allesamt ruhen.)
- Da fliegt ein **Objekt** (z.B. Flugzeug) vorbei, das sich **relativ** zum Bezugssystem B mit der **Geschwindigkeit *v*** bewegt.
- Dieses Objekt befindet sich seinerseits in einem **Bezugssystem B'**. Beispielsweise könnte ein Beobachter B' mit dem Objekt mitfliegen.
- Auf dem **bewegten Objekt** findet ein beliebiger **Vorgang** statt, der eine gewisse „Zeit" benötigt.
- Der **ruhende Beobachter B** misst die **zeitliche Dauer *t*** dieses Vorgangs (Eigenzeit). Auch ein mit dem Objekt **mitbewegter Beobachter B'** misst in seinem Bezugssystem B' die **zeitliche Dauer *t'*** dieses Vorgangs.
- Dann kommen B und B' zwangsläufig zu verschiedenen Ergebnissen:

$$\boxed{t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$



Einsteins spezielle Relativitätstheorie

Lektion 6b

Zeitdilatation und Längenkontraktion... – 1905 herrschte tiefe Skepsis

Im Jahr 1905 hatte Albert Einstein seine SRT an eine Münchner Wissenschaftszeitschrift geschickt. Das, was die Redakteure in Einsteins Schrift lasen, löste in der Verlagssitzung jede denkbare Reaktion aus – Kopfschütteln genau so wie helle Begeisterung:

> *„Meine Herren! Diese Schrift beinhält entweder den größten Blödsinn, den wir je gelesen haben, – oder sie wird das Weltbild der Menschheit von Grund auf verändern."*

Grund für die Skepsis war sicherlich, dass **jeglicher experimenteller Beweis** für Phänomene der SRT wie die Zeitdilatation fehlte. Albert Einstein hatte in seiner Schrift 1905 nur gefordert, dass es die **Zeitdilatation** oder auch die **Längenkontraktion** zwingend geben **müsse**.

Ein Beleg für diese Behauptung war in der Arbeit zur SRT nicht zu finden.

Wieso es keinerlei Beweis für Phänomene wie „Zeitdilatation" gab

Im Alltag spielt **Zeitdilatation** keine Rolle – ebenso wie bei nahezu allen physikalischen Versuchen bis zu Einsteins SRT.

Wir nehmen einmal an, in ganz Bayern gäbe es eine synchronisierte **Eigenzeit *t***.
Diese Eigenzeit gilt dann natürlich auch in Straubing und München (**Bezugssystem B**).

Wir fahren im **Auto** von Straubing nach München mit einer Geschwindigkeit von $v = 200\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
Wir im Auto gehören zum **mitbewegten Bezugssystem B'** und ermitteln als Fahrtzeit:
t' = 1h 35min = 95 min.

FRAGE: Wie lange dauert diese Fahrt, gemessen im **unbewegten Bezugssystem B**?

LÖSUNG: Es ist stets sinnvoll, statt der Geschwindigkeit v deren Bruchteil im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit zu kennen (also: $\frac{v}{c}$).

$$c = 300.000\,\frac{\text{km}}{\text{s}} = 1.080.000.000\,\frac{\text{km}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{c} = \frac{200}{1.080.000.000} \approx \underline{\underline{1{,}85 \cdot 10^{-7}}}$$

Das heißt, dass sich das Auto mit $1{,}85 \cdot 10^{-7}$-facher Lichtgeschwindigkeit bewegt. Dies ist ein winziger Bruchteil ($1{,}85 \cdot 10^{-7} = 0{,}000000185$).

Nach Einsteins Formel für die Zeitdilatation dauert der gleiche Vorgang länger, wenn wir dessen Dauer im unbewegten Bezugssystem messen.

Für die Dauer *t* der Fahrt – gemessen im ruhenden Bezugssystem B gilt:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t'}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{c}}\right)^2}} = \frac{t'}{\sqrt{1-\mathbf{0{,}000000185}^2}} =$$

$$= \frac{t'}{\sqrt{1-0{,}0000000000000342}} = \frac{t'}{\sqrt{0{,}9999999999999658}}$$

$$\approx \frac{t'}{0{,}99999999999998} \approx 1{,}00000000000002 \cdot t' \approx \underline{\underline{1\text{h } 35\,\text{min}}}$$

Bei so „niedrigen“ Geschwindigkeiten wie im Alltag spielt die Zeitdilatation keine Rolle. Im obigen Beispiel beträgt der Unterschied zwischen der Zeitdauer *t* und *t'* nur etwa ein **Zehnmilliardstel einer Sekunde**! Selbst wenn wir 80 Jahre lang diese Fahrt täglich zweimal über uns ergehen lassen, wächst die gesamte Differenz zwischen *t* und *t'* maximal auf eine $\frac{1}{140000}$ Sekunde...

Einsteins Formel für die **Zeitdilatation** lässt sich besonders einfach berechnen, wenn wir das Verhältnis $\frac{v}{c}$ kennen. Der Wert $\frac{v}{c}$ lässt sich dann direkt in die Formel einsetzen.

Beispiel: Wenn jemand mit 10% Lichtgeschwindigkeit fährt, so ist: $\frac{v}{c} = 0{,}10$

Aufgabe 4.6: Zeitdilatation ist z.B. in der Astronomie extrem wichtig

► *Wir gehen davon aus, dass es auf Erde und Mond ein synchronisiertes Zeitsystem t gibt. Dann können wir Erde und Mond als* ***unbewegtes Bezugssystem B*** *betrachten.*

Angenommen, eine Rakete ist mit der Geschwindigkeit v von der Erde zum Mond unterwegs. Die Astronauten der Rakete befinden sich im ***mitbewegten Bezugssystem B'****.*
Die mitreisenden Astronauten ermitteln als Zeitdauer der Reise: t' = 10 Tage = 240 h.

Wie lange dauert die Mondreise für Beobachter, die im ***unbewegten Bezugssystem B*** *leben (Zeitdauer t)?*

Berechne hierzu zu verschiedenen Geschwindigkeiten v die zugehörigen Zeitdauern t:

$\frac{v}{c}$	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	0,9	0,99	0,999
t	240,012h	240,048h	...	...	244,95h	...	...	...	...
Zeitdifferenz *t – t'*	0,012h ≈ 43s	0,048h ≈ 3min	...	...	4,95h ≈ 5h	...	...	...	...